

SYSTEMS RELIABILITY ANALYSIS USING MONTE CARLO APPROACH

Vojtěch Kučírek

Master Degree Programme (2), FEEC BUT

E-mail: xkucir02@stud.feec.vutbr.cz

Supervised by: Miroslav Jirgl

E-mail: jirgl@feec.vutbr.cz

Abstract: This paper is focused on the systems reliability analysis. In the first part of the paper, the reliability block diagrams and the most commonly used reliability parameters are described. Next part of the paper is focused on the Monte Carlo approach used in systems reliability analysis. In the last part of the paper, digital multimeter reliability analysis using Monte Carlo approach is made.

Keywords: Reliability, reliability parameters, reliability analysis, Monte Carlo approach

1 ÚVOD

Spolehlivost je velmi důležitá vlastnost technických systémů. Pojem spolehlivost lze chápat jako schopnost systému plnit požadovanou funkci. K vyjádření spolehlivosti systémů se používají tzv. spolehlivostní ukazatele. Aby se již ve fázi návrhu předešlo poruchám, čili nespolehlivosti systému, je prováděna analýza (predikce) spolehlivosti navrhovaného systému. První fází analýzy spolehlivosti bývá obvykle vytvoření blokového spolehlivostního modelu systému, se kterým pak pracuje samotná spolehlivostní analýza.

V současné době existuje množství metod používaných při analýze spolehlivosti systémů. Tento článek se zabývá statistickou analýzou spolehlivosti pomocí metody Monte Carlo, která je ve srovnání s analytickými přístupy poměrně jednoduchá a dnes stále častěji používaná.

2 MODELOVÁNÍ SPOLEHLIVOSTI

Při modelování spolehlivosti technických systémů jsou nejčastěji používány blokové spolehlivostní modely RBD (Reliability Block Diagrams), které jsou tvořeny jednotlivými bloky reprezentujícími zkoumaný systém. Bloky systému jsou popsány pomocí tzv. spolehlivostních ukazatelů.

2.1 BLOKOVÉ MODEL Y

Blokové spolehlivostní modely dělíme podle řazení prvků na modely sériové, paralelní a kombinované (sérioparalelní a paralelně-sériové). Sériový model představuje nezálohovaný systém, tzn. porucha kteréhokoli prvku u něj způsobí poruchu celého systému. Paralelní model je model systému se zálohou. K poruše systému jako celku u něj dochází pouze v případě poruchy všech prvků.

2.2 SPOLEHLIVOSTNÍ UKAZATELE

Mezi nejčastěji používané spolehlivostní ukazatele patří pravděpodobnost poruchy $Q(t)$, pravděpodobnost bezporuchového provozu $R(t)$, intenzita poruch $\lambda(t)$ a střední doba bezporuchového provozu $MTBF$ (Mean Time Between Failures), čili střední doba mezi poruchami.

Pravděpodobnost poruchy $Q(t)$ je distribuční funkcí doby do poruchy. Matematicky je dána vztahem (1), ve kterém $f(t)$ je hustota pravděpodobnosti poruchy. [1]

$$Q(t) = \int_0^t f(t) dt \quad [-] \quad (1)$$

Pravděpodobnost bezporuchového provozu $R(t)$ je doplňkovou funkcí k pravděpodobnosti poruchy $Q(t)$. Součet pravděpodobnosti bezporuchového provozu $R(t)$ a pravděpodobnosti poruchy $Q(t)$ je tzv. úplná pravděpodobnost, která je rovna jedné. Pro výpočet pravděpodobnosti bezporuchového provozu $R(t)$ z hustoty pravděpodobnosti poruchy $f(t)$ platí vztah (2). [1]

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt = 1 - Q(t) \quad [-] \quad (2)$$

Intenzita poruch $\lambda(t)$ je nejčastěji používaný ukazatel spolehlivosti, resp. bezporuchovosti systémů. Pro intenzitu poruch $\lambda(t)$ platí při předpokladu, že funkce $f(t)$, $Q(t)$, $R(t)$ jsou spojité, vztah (3). [1]

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1-Q(t)} \quad [h^{-1}] \quad (3)$$

Střední doba bezporuchového provozu $MTBF$ je z matematického hlediska střední hodnota pravděpodobnosti bezporuchového provozu $R(t)$. Výpočet střední doby bezporuchového provozu $MTBF$ je dán vztahem (4). [1]

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad [h] \quad (4)$$

3 METODA MONTE CARLO

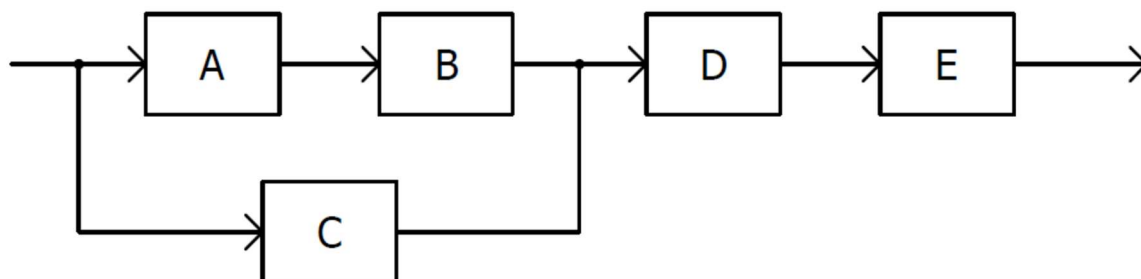
Analýza spolehlivosti systémů metodou Monte Carlo je založena na statistickém výpočtu spolehlivostních ukazatelů systému, výpočet samotný je většinou proveden pomocí počítače. Při analýze metodou Monte Carlo se vychází ze znalosti blokového spolehlivostního modelu systému a hodnot některého spolehlivostního ukazatele – nejlépe intenzity poruch λ (viz. vztah 3) jednotlivých částí systému. Rovněž je potřeba znát rozdělení pravděpodobnosti poruch příslušných částí systému. [1]

Pro analýzu metodou Monte Carlo je potřeba dostatečně velký soubor náhodných čísel. Distribuční funkce $F(x)$ a hustota pravděpodobnosti $f(x)$ tohoto souboru náhodných čísel musí odpovídat rozdělení a hustotě poruch modelované části systému.

Při vytváření požadovaného souboru náhodných čísel se nejčastěji vychází ze souboru čísel s rovnoměrným rozdělením v intervalu (0,1), který je získán z generátoru náhodných čísel. Tento soubor čísel je pak pomocí vhodné transformace převeden na soubor čísel s požadovaným rozdělením pravděpodobnosti s distribuční funkcí $F(x)$. Celý postup analýzy bude demonstrován na reálném příkladu.

4 PŘÍKLAD POUŽITÍ METODY MONTE CARLO

Použití statistické metody Monte Carlo bude názorně ukázáno na modelu digitálního multimetru. Spolehlivostní blokové schéma tohoto systému je na Obrázku 1. Digitální multimetr sestává celkem z pěti prvků, jimiž jsou: síťový transformátor (ve schématu označen A) a usměrňovač B, které dohromady tvoří napájecí zdroj; dále akumulátor C (slouží k záloze pro případ výpadku elektrické sítě), měřicí modul D a zobrazovací displej E.



Obrázek 1: Spolehlivostní blokové schéma modelu digitálního multimetru

Všechny prvky systému mají exponenciální rozdělení pravděpodobnosti poruch, jehož hustota pravděpodobnosti $f(t)$ je dána vztahem (5). Hodnoty intenzity poruch λ jednotlivých prvků (určené z tabulek) jsou následující: $\lambda_A = 6 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1}$, $\lambda_B = 4 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$, $\lambda_C = 2 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$, $\lambda_D = 5 \cdot 10^{-6} \text{ h}^{-1}$, $\lambda_E = 7 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$. Analýza spolehlivosti bude provedena pro čas $t = 5000 \text{ h}$.

Samotná analýza (výpočet) je rozdělena do pěti kroků [2], jimiž jsou:

1. Inicializace - nastavení intenzit poruch λ_A až λ_E a času t na příslušné hodnoty ze zadání, vynuťování registrů S a K a nastavení počtu iterací N .
2. Vygenerování náhodných čísel x_A až x_E a přiřazení náhodných čísel y_A až y_E podle vztahu (6).
3. Určení náhodného čísla z_i podle vztahu (7). Číslo z_i představuje dobu do poruchy pro danou iteraci výpočtu. Vztah (7) vychází ze spolehlivostního blokového schématu modelu.
4. Porovnání čísla z_i s dobou t . Jestliže platí $z_i > t$, inkrementuje se registr K . K hodnotě v registru S se přičte hodnota z_i . Tyto kroky se opakují až do doby, než je splněn požadovaný počet iterací N (N je obvykle velké číslo, řádově 10^5 až 10^6).
5. Výpočet pravděpodobnosti bezporuchového provozu $R(t)$, pravděpodobnosti poruchy $Q(t)$ a střední doby bezporuchového provozu $MTBF$ podle vztahů (8), (9) a (10). [2]

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ [h}^{-1}\text{]} \quad (5)$$

$$y_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - x_i) \quad (6)$$

$$z_i = \min[\max\{\min(y_A, y_B), y_C\}, y_D, y_E] \quad (7)$$

$$R(t) = \frac{K}{N} \quad [-] \quad (8)$$

$$Q(t) = 1 - R(t) \quad [-] \quad (9)$$

$$MTBF = \frac{S}{N} \quad [h] \quad (10)$$

Algoritmus analýzy metodou Monte Carlo jsem implementoval v programovém prostředí Matlab R2013b a pomocí něj jsem po provedení $N = 10^6$ iterací určil hodnoty spolehlivostních ukazatelů modelu digitálního multimetru:

$$R(t) = 0,6247, Q(t) = 0,3753, MTBF = 10\,569 \text{ h}$$

Analyticky vypočtené hodnoty jsou:

$$R(t) = 0,6245, Q(t) = 0,3755, MTBF = 10\,620 \text{ h}$$

5 ZÁVĚR

Pomocí analýzy metodou Monte Carlo jsem stanovil spolehlivostní ukazatele modelu digitálního multimetru. Hodnoty určené metodou Monte Carlo, kterou jsem implementoval v prostředí Matlab, se pouze nepatrně liší od analyticky vypočítaných hodnot. Metoda Monte Carlo je tudíž efektivní a z hlediska časové náročnosti mnohonásobně rychlejší než pracný analytický výpočet.

REFERENCE

- [1] BEDNAŘÍK, J. Technika spolehlivosti v elektronické praxi. Praha: SNTL, 1990. 336 s. ISBN 80-03-00422-5
- [2] JIRGL, M., BRADÁČ, Z., HAVLÍKOVÁ, M., ŠTASTNÝ, L. Monte Carlo Reliability Analysis of Systems with a Human Operator. IFAC-PapersOnLine (ELSEVIER), 2016, roč. 49, č. 25, s. 310-315, ISSN: 2405-8963
- [3] BÁBEK, T. Diagnostika spolehlivosti technických zařízení. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 48 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Marie Havlíková, Ph.D.